

ŠKOLSKO/GRADSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
27. siječnja 2014.

4. razred-rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. $3 \cdot (57 \cdot 10 + 10 \cdot 43) + 13 - 3 \cdot 333 =$
 $= 3 \cdot (570 + 430) + 13 - 3 \cdot 333 =$ 1 BOD
 $= 3 \cdot 1000 + 13 - 3 \cdot 333 =$ 1 BOD
 $= 3000 + 13 - 3 \cdot 333 =$ 1 BOD
 $= 3013 - 3 \cdot 333 =$ 1 BOD
 $= 3013 - 999 =$ 1 BOD
 $= 2014$ 1 BOD
..... UKUPNO 6 BODOVA

2. Znamenka stotica troznamenkastog broja mora biti znamenka 2. 1 BOD
Kako je $240 \cdot 15 = 3600$, znamenka stotica četveroznamenkastog broja može biti 6 ili 7. 1 BOD
Jedini višekratnik broja 15 koji na mjestu desetica ima znamenku 9 jest $90 = 15 \cdot 6$.
Zato je u troznamenkastom broju znamenka jedinica jednaka 6, a u četveroznamenkastom rezultatu je znamenka jedinica jednaka 0. 2 BODA
Onda je znamenka stotica četveroznamenkastog broja jednaka 6. 1 BOD
Rješenje je $246 \cdot 15 = 3690$. 1 BOD
..... UKUPNO 6 BODOVA

3. Na livadi ima ukupno $53 + 58 + 89 = 200$ cvjetova, 1 BOD
a ukupan broj listova je $200 \cdot 11 = 2200$. 1 BOD
Na žutim cvjetovima ima 424, na crvenim 522, a na plavim 1068 latica. 3 BODA
Ukupan broj latica na tim cvjetovima je 2014. 1 BOD
..... UKUPNO 6 BODOVA

4. Pretpostavimo da su sve stolice imale 3 noge. Onda bi ukupno bilo $3 \cdot 45 = 135$ nogu. 2 BODA
Kći je izbrojala 159 nogu što je $159 - 135 = 24$ noge više. 1 BOD
To znači da su 24 stolice imale 1 nogu više odnosno 4 noge. 2 BODA
Preostala $45 - 24 = 21$ stolica je imala 3 noge. 1 BOD
..... UKUPNO 6 BODOVA

5. To su 3000, 1 BOD
2001, 2010, 2100, 1002, 1020, 1200, 3 BODA
1011, 1101, 1110. 2 BODA
..... UKUPNO 6 BODOVA

6. Iz uvjeta zadatka slijedi da $8 - 5 = 3$ bilježnice treba platiti $20 + 16 = 36$ kn. 4 BODA
To znači da je cijena jedne bilježnice $36 : 3 = 12$ kn. 2 BODA
Na kraju, učenik je imao $5 \cdot 12 + 20 = 80$ kn. 4 BODA
..... UKUPNO 10 BODOVA

7. To su:

AFI, FBJ, BGJ, GCK, CHK, HDL, DEL, EAI,

3 BODA

FBG, GCH, HDE, EAF,

2 BODA

ABM, BCM, CDM, DAM.

2 BODA

ABC, ACD, DAB, BCD,

2 BODA

Ima 20 trokuta.

1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

ŠKOLSKO/GRADSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
27. siječnja 2014.

5. razred-rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. $[(1+2+3+\dots+54):3]:(3\cdot3:3\cdot3) =$
 $= [1485:3]:(9:3\cdot3) =$ 2 BODA
 $= 495:(3\cdot3) =$ 2 BODA
 $= 495:9 =$ 1 BOD
 $= 55$ 1 BOD
..... UKUPNO 6 BODOVA

2. Vrijedi $V(75, 105, 135) = 4725$. 2 BODA
Dalje je $4725 = 78 \cdot 60 + 45$ 1 BOD
i $78 = 3 \cdot 24 + 6$. 1 BOD
Traženo vrijeme je 3 dana, 6 sati i 45 minuta. 2 BODA
..... UKUPNO 6 BODOVA

3. Vrijedi $15 = 3 \cdot 5$.
Iz djeljivosti s 5 slijedi da su znamenke jedinica traženih peteroznamenkastih brojeva 0 ili 5, a
iz djeljivosti s 3 da je zbroj njihovih znamenaka djeljiv s 3. 2 BODA
Najmanji takav broj je 10245, a najveći 98760. 2 BODA
Njihova razlika je 88515, 1 BOD
a zaokružena vrijednost je 88520. 1 BOD
..... UKUPNO 6 BODOVA

4. Ivan...□
Marko...□ + 10
Goran...□ + □ + 10 + 10
 $\square + \square + 10 + \square + \square + 10 + 10 = 54$ 1 BOD
 $4\square + 30 = 54$ 1 BOD
 $4\square = 24$ 1 BOD
 $\square = 6$
Dakle, Ivanu je posudio 6 kn. 1 BOD
Marku je posudio $6 \text{ kn} + 10 \text{ kn} = 16 \text{ kn}$, a Goranu $2 \cdot 16 = 32 \text{ kn}$. 2 BODA
..... UKUPNO 6 BODOVA

5. $16 + 10 + 4 = 30$ 1 BOD
 $A = 30 - (16 + 3) = 11$ 1 BOD
 $E = 30 - (10 + 3) = 17$ 1 BOD
 $B = 30 - (11 + 10) = 9$ 1 BOD
 $C = 30 - (16 + 9) = 5$ 1 BOD
 $A + B + C + E = 11 + 9 + 5 + 17 = 42$ 1 BOD
..... UKUPNO 6 BODOVA

6. Duljine stranica pravokutnika $ABCD$ su 20 mm i 40 mm pa mu je površina 800 mm^2 . 2 BODA
 Površinu traženog lika dobit ćemo ako od tog broja oduzmemo površinu dva jednaka mala pravokutnika, dva jednaka manja pravokutna trokuta i dva jednaka veća pravokutna trokuta.
 Duljine stranica malog pravokutnika su 5 mm i 10 mm. Površina jednog pravokutnika je 50 mm^2 , a oba 100 mm^2 . 2 BODA
 Duljine kateta malog pravokutnog trokuta su 5 mm i 10 mm. Površina jednog je 25 mm^2 , a oba 50 mm^2 . 2 BODA
 Duljine kateta velikog pravokutnog trokuta su 10 mm i 20 mm. Površina jednog je 100 mm^2 , a oba 200 mm^2 . 2 BODA
 Površina traženog lika je $800 - 100 - 50 - 200 = 450 \text{ mm}^2$. 2 BODA
 UKUPNO 10 BODOVA

7. Neka je x traženi troznamenkasti broj.

Tada vrijedi $\overline{3x} = 26 \cdot x$. 3 BODA
 Dalje je $3000 + x = 26 \cdot x$ 2 BODA
 $3000 = 26 \cdot x - x$ 2 BODA
 $3000 = 25 \cdot x$ 1 BOD
 $x = 3000 : 25$ 1 BOD
 $x = 120$.

Traženi troznamenkasti broj je broj 120. 1 BOD
 UKUPNO 10 BODOVA

ŠKOLSKO/GRADSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
27. siječnja 2014.

6. razred-rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

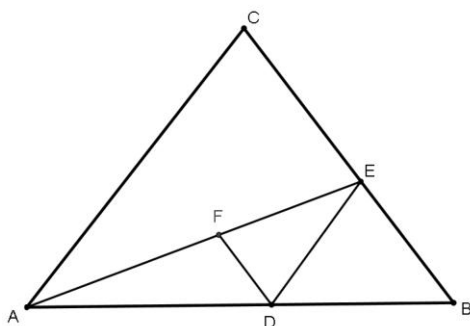
1. $\left(0.25 + 1\frac{3}{5} - \frac{3}{5} \cdot 2\frac{11}{12}\right) : 10 =$
 $= \left(\frac{1}{4} + \frac{8}{5} - \frac{3}{5} \cdot \frac{35}{12}\right) : 10 =$ 2 BODA
 $= \left(\frac{1}{4} + \frac{8}{5} - \frac{7}{4}\right) : 10 =$ 1 BOD
 $= \frac{1}{10} : 10 =$ 2 BODA
 $= \frac{1}{100}$ 1 BOD
..... UKUPNO 6 BODOVA

2. Sljedeći član niza se dobije ako se prethodnom članu brojnik podijeli s 2, a nazivnik pomnoži s 3. 2 BODA
Četvrti član niza je $\frac{2:2}{27 \cdot 3} = \frac{1}{81}$. 2 BODA
Peti član niza je $\frac{1:2}{81 \cdot 3} = \frac{\frac{1}{2}}{243} = \frac{1}{486}$ 2 BODA
..... UKUPNO 6 BODOVA

3. Ako u trokutu ABC vrijedi $|AB| = |AC|$, taj je trokut jednakokratan s osnovicom $\overline{BC}$. 1 BOD
Kutovi uz osnovicu jednakokravnog trokuta su jednakih veličina pa vrijedi $\beta = \gamma$. 1 BOD
Iz $\alpha + \gamma = 117^\circ$ i $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ slijedi da je $\beta = 63^\circ$. 2 BODA
Tada je $\gamma = 63^\circ$ 1 BOD
te je $\alpha = 117^\circ - 63^\circ = 54^\circ$. 1 BOD
..... UKUPNO 6 BODOVA

4. Svi prosti brojevi manji od 20 su: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 i 19. 1 BOD
Ukupno je 28 mogućih zbrojeva:
 $2+3=5$
 $2+5=7$ $3+5=8$ $5+7=12$
 $2+7=9$ $3+7=10$ $5+11=16$ $7+11=18$ $11+13=24$
 $2+11=13$ $3+11=14$ $5+13=18$ $7+13=20$ $11+17=28$ $13+17=30$ $17+19=36$
 $2+13=15$ $3+13=16$ $5+17=22$ $7+17=24$ $11+19=30$ $13+19=32$
 $2+17=19$ $3+17=20$ $5+19=24$ $7+19=26$
 $2+19=21$ $3+19=22$
..... 2 BODA
Među njima se jedino zbroj 24 pojavljuje 3 puta. 1 BOD
Jedno moguće rješenje (ostala su varijante): $5+19=7+17=11+13$. 2 BODA
..... UKUPNO 6 BODOVA

5.

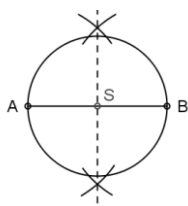


Kako je $\overline{DF} \parallel \overline{BC}$, onda je $|\angle DFE| = |\angle CEA|$ i $|\angle EDF| = |\angle DEB|$. 1 BOD
 S obzirom na uvjet zadatka da je $|\angle CEA| = |\angle DEB|$, slijedi $|\angle DFE| = |\angle EDF|$. 2 BODA
 To znači da je $\triangle DEF$ jednakokrakan. 2 BODA
 UKUPNO 6 BODOVA 1 BOD

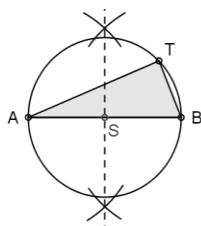
6. Konstrukcija:

1° Nacrta se neka dužina $\overline{AB}$.

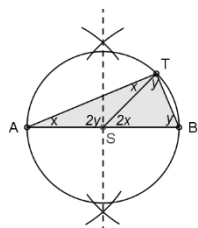
2° Konstruira se simetrala dužine $\overline{AB}$, točka S je sjecište simetrale i dužine te je središte kružnice pa se konstruira kružnica.



3° Odabir točke T na konstruiranoj kružnici i označavanje $\angle ATB$ (odnosno $\triangle ABT$). 1 BOD



Nacrtamo li dužinu $\overline{ST}$, tada ćemo $\triangle ABT$ podijeliti na 2 trokuta: $\triangle AST$ i $\triangle SBT$.



1 BOD

Oba ova trokuta su jednakokračni trokuti s osnovicama $\overline{AT}$ i $\overline{BT}$ (kraci su im polumjeri kružnice sa središtem u točki S i promjerom $\overline{AB}$). 1 BOD

Veličine kutova uz osnovicu tih trokuta označimo s x i y redom.

Jednakokračnom trokutu $\triangle AST$ veličina vanjskog kuta je $|\angle BST| = 2x$. 1 BOD

Jednakokračnom trokutu $\triangle SBT$ veličina vanjskog kuta je $|\angle TSA| = 2y$. 1 BOD

Kut $\angle BSA$ je ispruženi kut pa vrijedi $2x + 2y = 180^\circ$. 1 BOD

Dakle, $x + y = 90^\circ$. 1 BOD

Kako je $|\angle ATB| = x + y$, zaključujemo da je veličina traženog kuta 90° . 2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

7. Vrijedi $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$. 1 BOD

Zato broj 42 možemo dobiti množenjem jednoznamenastih brojeva (znamenaka) na sljedeći način:

$42 = 6 \cdot 7$ (prirodni brojevi su 67 i 76), 1 BOD

$42 = 1 \cdot 6 \cdot 7$ (prirodni brojevi su 167, 176, 617, 671, 716, 761), 2 BODA

$42 = 1 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 7$ (prirodni brojevi su 1167, 1176, 1617, 1671, 1716, 1761), 2 BODA

$42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$ (prirodni brojevi su 237, 273, 327, 372, 723, 732), 2 BODA

$42 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$ (prirodni brojevi su 1237, 1273, 1327, 1372, 1723, 1732). 2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

ŠKOLSKO/GRADSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
27. siječnja 2014.

7. razred-rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Neka je x ukupan broj stranica knjige.

Petra je 1. dana pročitala $\frac{1}{10}x$, a ostalo joj je $x - \frac{1}{10}x = \frac{9}{10}x$. 1 BOD

Petra je 2. dana pročitala $\frac{1}{6} \cdot \frac{9}{10}x = \frac{3}{20}x$, a ostalo joj je $\frac{9}{10}x - \frac{3}{20}x = \frac{15}{20}x = \frac{3}{4}x$. 1 BOD

3. dana pročitala je $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4}x = \frac{1}{4}x$, a ostalo joj je $\frac{3}{4}x - \frac{1}{4}x = \frac{2}{4}x = \frac{1}{2}x$. 2 BODA

Prema uvjetu zadatka vrijedi $\frac{1}{2}x = 105$, odakle je $x = 210$.

Knjiga, dakle, ima 210 stranica. 2 BODA

..... UKUPNO 6 BODOVA

2. Neka je m broj dječaka, n broj djevojčica i u broj učitelja koji su došli na to natjecanje.

Tada vrijedi $m : n = 4 : 6$ i $n : u = 18 : 1$. 1 BOD

Kako je $m : n = 4 : 6 = 12 : 18$, onda slijedi $m : n : u = 12 : 18 : 1 = 12t : 18t : 1t, t \in \mathbb{N}$.

Dalje je $12t + 18t + 1t = 620$ 2 BODA

pa je $t = 20$. 1 BOD

Na kraju, $m = 240, n = 360, u = 20$.

Na natjecanje je doputovalo 240 dječaka, 360 djevojčica i 20 učitelja. 2 BODA

..... UKUPNO 6 BODOVA

3. Neka je bilo ukupno x gledatelja.

Kako je muškaraca bilo 65 % x , to znači da je žena bilo 35 % x . 2 BODA

Muškaraca je bilo 450 više od žena pa vrijedi $(65\% - 35\%) \cdot x = 450$. 2 BODA

Dalje je $30\% \cdot x = 450$ odnosno $x = 1500$.

Dakle, u gledalištu je bilo ukupno 1500 gledatelja. 2 BODA

..... UKUPNO 6 BODOVA

4. Neka je n broj učenika čija je visina izmjerena tog petka.

Njihova je ukupna visina $164n$ cm. 1 BOD

Pribrojimo li toj ukupnoj visini zbroj visina Maje i Paule (322 cm),

ukupna visina svih $n + 2$ učenika tog razrednog odjela bit će $163.8 \cdot (n + 2)$. 2 BODA

Vrijedi jednadžba $164n + 322 = 163.8 \cdot (n + 2)$. 1 BOD

Njezinim rješavanjem dobivamo $n = 28$. 1 BOD

U tom razrednom odjelu je ukupno $n + 2 = 30$ učenika. 1 BOD

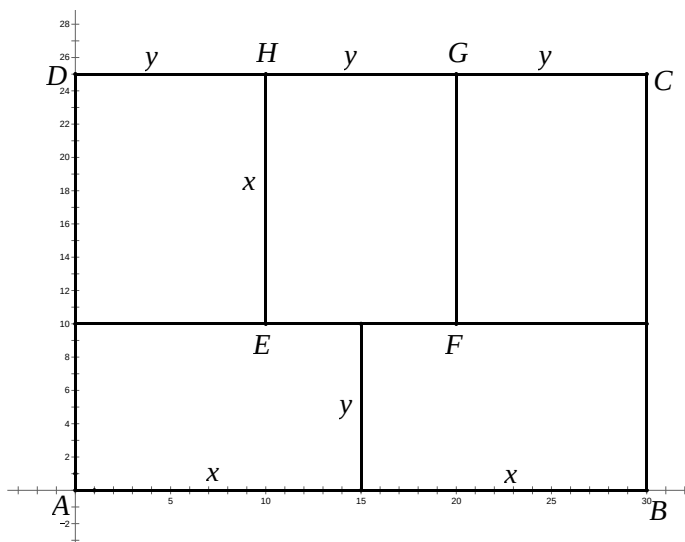
..... UKUPNO 6 BODOVA

5. Kako je pravokutnik $ABCD$ podijeljen na pet sukladnih pravokutnika, svaki manji pravokutnik ima površinu 150 cm^2 . 1 BOD

Označimo duljinu dulje stranice manjeg pravokutnika s x , a kraće s y .

Tada za površinu manjeg pravokutnika vrijedi $x \cdot y = 150$, pri čemu je $2 \cdot x = 3 \cdot y$. 1 BOD

Slijedi da je $x = 15$, a $y = 10$. 1 BOD



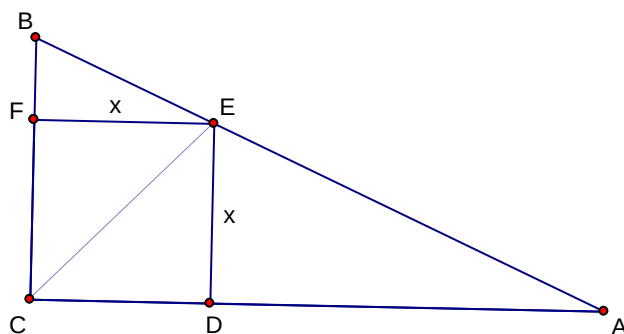
2 BODA

Dakle, točke imaju koordinate: $E(10, 10)$, $F(20, 10)$, $G(20, 25)$ i $H(10, 25)$.

1 BOD

UKUPNO 6 BODOVA

6.



Iz zadanih uvjeta i uz oznake kao na slici površina pravokutnog trokuta ABC je

$$P_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |AC| \cdot |BC| = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 6 = 27 \text{ cm}^2.$$

2 BODA

Kako dijagonala $\overline{CE}$ zadanog kvadrata dijeli trokut ABC na dva trokuta ($\triangle CAE$ i $\triangle BCE$), to je

$$P_{\triangle ABC} = P_{\triangle CAE} + P_{\triangle BCE} = \frac{1}{2} |AC| \cdot x + \frac{1}{2} |BC| \cdot x.$$

2 BODA

$$\text{Dakle, } 27 = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot x + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot x.$$

2 BODA

Rješavanjem ove jednadžbe dobivamo duljinu stranice kvadrata te je $x = 3.6 \text{ cm}$.

2 BODA

Na kraju, površina P kvadrata $CDEF$ je $P = x \cdot x = 3.6 \cdot 3.6 = 12.96 \text{ cm}^2$.

2 BODA

UKUPNO 10 BODOVA

7. Ukupan broj mogućih ishoda je $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$.

1 BOD

Neka je A događaj da su barem tri puta za redom pale glave.

Dakle, zanimaju nas slučajevi u kojima su pale ili 3 ili 4 ili 5 glava za redom.

1 BOD

Palo je 5 glava za redom ($GGGGG$) – 1 povoljni ishod.

1 BOD

Pale su 4 glave za redom ($PGGGG$, $GGGGP$) – 2 povoljna ishoda.

2 BODA

Pale su 3 glave za redom ($GGGPP$, $PGGGP$, $PPGGG$, $GPGGG$, $GGGPG$) – 5 povoljnih ishoda.

3 BODA

$$\text{Tražena vjerojatnost je } P(A) = \frac{1+2+5}{32} = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}.$$

2 BODA

UKUPNO 10 BODOVA

ŠKOLSKO/GRADSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
27. siječnja 2014.

8. razred-rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

$$\begin{aligned} 1. \frac{3}{3\sqrt{5}-\sqrt{3}} &= \frac{3}{3\sqrt{5}-\sqrt{3}} \cdot \frac{3\sqrt{5}+\sqrt{3}}{3\sqrt{5}+\sqrt{3}} = & 1 \text{ BOD} \\ &= \frac{3(3\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(3\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2} = & 1 \text{ BOD} \\ &= \frac{3(3\sqrt{5}+\sqrt{3})}{9 \cdot 5 - 3} = & 2 \text{ BODA} \\ &= \frac{3(3\sqrt{5}+\sqrt{3})}{42} = & 1 \text{ BOD} \\ &= \frac{3\sqrt{5}+\sqrt{3}}{14} & 1 \text{ BOD} \end{aligned}$$

..... UKUPNO 6 BODOVA

$$\begin{aligned} 2. \left(\frac{11}{4} \cdot \frac{11}{3} \right) : x &= \frac{33-44}{12} : \frac{3}{2} & 1 \text{ BOD} \\ \frac{121}{12} : x &= \frac{-11}{12} : \frac{3}{2} & 1 \text{ BOD} \\ \frac{-11}{12} \cdot x &= \frac{121}{12} \cdot \frac{3}{2} & 1 \text{ BOD} \\ \frac{-11}{12} \cdot x &= \frac{121}{8} & 1 \text{ BOD} \\ x &= \frac{121}{8} \cdot \frac{-12}{11} & 1 \text{ BOD} \\ x &= \frac{-33}{2} & 1 \text{ BOD} \end{aligned}$$

..... UKUPNO 6 BODOVA

3. Potencije broja 9 su $9^1=9$, $9^2=81$, $9^3=729$, $9^4=6561, \dots$ 2 BODA
Lako je uočiti da potencije s neparnim eksponentom imaju znamenku jedinica 9, a potencije s parnim eksponentom imaju znamenku jedinica 1. 2 BODA
Broj 9^{2014} ima parni eksponent pa mu je znamenka jedinica 1. 1 BOD
Dakle, broj $1 + 9^{2014}$ ima znamenku jedinica 2. 1 BOD
..... UKUPNO 6 BODOVA

4. $6(x^2 + 2x - x - 2) - 4(x^2 + 4x - 3x - 12) = 2(x^2 - 6x - 5x + 30)$ 1 BOD
 $6(x^2 + x - 2) - 4(x^2 + x - 12) = 2(x^2 - 11x + 30)$ 1 BOD
 $6x^2 + 6x - 12 - 4x^2 - 4x + 48 = 2x^2 - 22x + 60$ 1 BOD
 $6x^2 - 4x^2 - 2x^2 + 6x - 4x + 22x = 60 - 48 + 12$ 1 BOD
 $24x = 24$ 1 BOD
 $x = 1$ 1 BOD
..... UKUPNO 6 BODOVA

5. Neka su P_1 i P_2 površine, a a_1 i a_2 odgovarajuće stranice sličnih trokuta.

$$\text{Vrijedi } P_2 = \frac{a_2 \cdot v_{a_2}}{2} = \frac{12 \cdot 15}{2} = 90 \text{ cm}^2. \quad 1 \text{ BOD}$$

$$\text{Kako je } P_1 : P_2 = 16 : 9, \text{ onda slijedi } P_1 = 160 \text{ cm}^2. \quad 1 \text{ BOD}$$

$$\text{S obzirom da je } P_1 : P_2 = 16 : 9 = k^2, \text{ onda je } k = \frac{4}{3}. \quad 2 \text{ BODA}$$

$$\text{Budući da je } a_1 : a_2 = k, \text{ slijedi } a_1 = 16 \text{ cm.}$$

$$\text{Površina većeg trokuta je } 160 \text{ cm}^2, \text{ a duljina odgovarajuće stranice } 16 \text{ cm.} \quad 2 \text{ BODA}$$

..... UKUPNO 6 BODOVA

$$6. \text{ Kako je } x + y = 0, \text{ onda je } (x + y)^2 = 0^2 = 0. \quad 1 \text{ BOD}$$

$$\text{No, } (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 = 0, \quad 1 \text{ BOD}$$

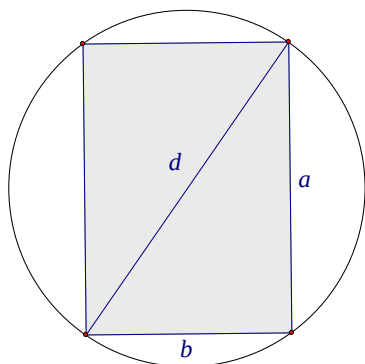
$$\text{a kako je } x^2 + y^2 = \frac{1}{4}, \text{ onda je } 2xy = -\frac{1}{4} \text{ odnosno } xy = -\frac{1}{8}. \quad 2 \text{ BODA}$$

$$\text{Dalje je } x^4 + y^4 = x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - 2x^2y^2 = (x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2 = \quad 3 \text{ BODA}$$

$$= \left(\frac{1}{4}\right)^2 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{8}\right)^2 = \frac{1}{32} \quad 3 \text{ BODA}$$

..... UKUPNO 10 BODOVA

7.



$$\text{Iz uvjeta zadatka vrijedi } a \cdot b = 108 \text{ i } a : b = 4 : 3. \quad 1 \text{ BOD}$$

$$\text{Iz druge jednakosti slijedi da je } a = \frac{4}{3}b \quad 1 \text{ BOD}$$

$$\text{pa je } \frac{4}{3}b \cdot b = 108 \text{ odnosno } b = 9 \text{ cm} \quad 2 \text{ BODA}$$

$$\text{i } a = 12 \text{ cm.} \quad 1 \text{ BOD}$$

$$\text{Pitagorinim poučkom dobivamo } 9^2 + 12^2 = d^2 \text{ odnosno } d = 15 \text{ cm.} \quad 1 \text{ BOD}$$

$$\text{Tada je polumjer pravokutniku opisane kružnice duljine } 7.5 \text{ cm.} \quad 1 \text{ BOD}$$

$$\text{Površina neosjenčanog dijela jednaka je površini kruga umanjenoj za površinu osjenčanog pravokutnika odnosno } P = (7.5)^2 \pi - 108. \quad 1 \text{ BOD}$$

$$\text{Dakle, } P = 56.25\pi - 108 \text{ cm}^2. \quad 2 \text{ BODA}$$

..... UKUPNO 10 BODOVA