

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
18. veljače 2014.

4. razred-rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Neka je x prvi pribrojnik.

Ako prvom pribrojniku dodamo 213, dobijemo $x + 213$. 1 BOD

To znači da je $x + 213$ drugi pribrojnik umanjen za 387 pa je $x + 213 + 387$ drugi pribrojnik.

3 BODA

Kako je zbroj ta dva pribrojnika 12392, onda je dvostruka vrijednost prvog pribrojnika jednaka

$12392 - 213 - 387 = 11792$. 2 BODA

To znači da je prvi pribrojnik $11792 : 2 = 5896$. 2 BODA

Na kraju je drugi pribrojnik $5896 + 213 + 387 = 6496$.

Traženi pribrojnici su 5896 i 6496. 2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

2. Jednoznamenkastih brojeva ima 9. To je 9 znamenaka. 1 BOD

Dvoznamenkastih brojeva ima 90 . To je 180 znamenaka. 1 BOD

Kako je $9 + 180 = 189$ i $2014 - 189 = 1825$, ostaje 1825 znamenaka za troznamenkaste brojeve.

2 BODA

S obzirom da je $1825 = 608 \cdot 3 + 1$, troznamenkastih brojeva do 2014. znamenke ima 608.

2 BODA

Budući da je $9 + 90 + 608 = 707$, šesto osmi troznamenkasti broj je 707, a njegov sljedbenik 708.

2 BODA

Na 2014. mjestu je prva znamenka broja 708, a to je znamenka 7. 2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

3. Kako 2 velike kocke imaju masu jednaku masi čokolade od 200 g, onda velika kocka ima masu

$200 : 2 = 100$ g. 2 BODA

Tada 3 velike kocke imaju masu $3 \cdot 100 = 300$ g. 2 BODA

S obzirom da 3 velike kocke imaju masu kolika je masa i 7 valjaka, onda 7 valjaka ima masu 300 g.

2 BODA

Budući da 7 valjaka ima masu jednaku masi 6 malih kocaka, onda 6 malih kocaka ima masu 300 g.

2 BODA

Dakle, masa jedne male kocke je $300 : 6 = 50$ g. 2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

4. Lucijine ocjene mogu biti 3 jedinice i 1 trojka, 3 jedinice i 1 petica, 3 trojke i 1 jedinica,

3 trojke i 1 petica, 3 petice i 1 jedinica ili 3 petice i 1 trojka. 1 BOD

Kako njihov zbroj mora biti veći od 16, zaključujemo da su Lucijine ocjene 5, 5, 5 i 3. 2 BODA

Sve Karline ocjene su međusobno jednake što znači da mogu biti 4 jedinice, 4 dvojke, 4 trojke,

4 četvorke ili 4 petice. 1 BOD

Dvoznamenkasti zbroj djeljiv s 8 daju samo 4 četvorke ($4 \cdot 4 = 16$) pa su

Karline ocjene 4, 4, 4 i 4. 2 BODA

Zbroj Lucijinih i Karlinih ocjena iznosi $18 + 16 = 34$. 1 BOD

Sve Matine ocjene su međusobno različite što daje sljedeće mogućnosti:

1, 2, 3, 4 (zbroj 10);

1, 2, 3, 5 (zbroj 11);

1, 2, 4, 5 (zbroj 12);

1, 3, 4, 5 (zbroj 13);

2, 3, 4, 5 (zbroj 14). 1 BOD

Te mogućnosti za Matine ocjene u zbroju s Lucijinim i Karlinim ocjenama daju zbrojeve

$34 + 10 = 44$, $34 + 11 = 45$, $34 + 12 = 46$, $34 + 13 = 47$ i $34 + 14 = 48$. 1 BOD

S obzirom da samo 48 pri dijeljenju s 10 daje ostatak 8, onda su Matine ocjene 2, 3, 4 i 5. 1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

5. To su

<i>ABC, DEF,</i>	1 BOD
<i>AFJ, FBJ, BDJ, DCJ, CEJ, EAJ,</i>	1 BOD
<i>ABJ, BCJ, CAJ,</i>	1 BOD
<i>AFC, FBC, ABD, DCA, CEB, ABE,</i>	1 BOD
<i>AFG, FBH, HBD, DCI, CEI, AGE,</i>	1 BOD
<i>FDJ, DEJ, EFJ, FBD, DCE, AFE,</i>	1 BOD
<i>JGF, JFH, HDJ, JDI, EJI, JEG,</i>	1 BOD
<i>AFD, ADE, BDE, BEF, CFD, CEF,</i>	1 BOD
<i>IEF, FDI, HDE, EFH, EGD, GFD.</i>	1 BOD
Ima ih 47.	1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
18. veljače 2014.

5. razred-rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Rastavljanjem broja 7539840 na proste faktore dobivamo

$$7539840 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 17. \quad 2 \text{ BODA}$$

Iz rastava na proste faktore zadanog broja odmah uočavamo dva faktora umnoška, brojeve 11 i 17.

1 BOD

Broj 7 može se kombinirati samo s brojem 2 kako bi se zadovoljili uvjeti zadatka pa je treći traženi faktor broj 14.

1 BOD

Preostalo je odrediti tri broja veća od 10, a manja od 20 kombiniranjem preostalih faktora, tj. šest dvojki, dvije trojke i jedne petice.

Množenjem broja 5 s brojem 2 dobivamo premali broj, a množenjem broja 5 s dvije dvojke ili dvojkom i trojkom preveliki broj. Dakle, broj 5 moramo pomnožiti brojem 3 pa je četvrti faktor broj 15.

2 BODA

Preostalo nam je odrediti još dva faktora. Broj 3 moramo pomnožiti s točno dvije dvojke kako bi dobiveni umnožak bio veći od 10, a manji od 20. Dakle, peti je faktor broj 12.

2 BODA

Preostale su nam samo četiri dvojke te je broj 16 šesti faktor.

$$\text{Vrijedi } 7539840 = 11 \cdot 12 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 17.$$

2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

2. U jednoj su skupini četiri reprezentacije (A, B, C, D) i u skupini se odigra 6 utakmica (A-B, A-C, A-D, B-C, B-D, C-D).

1 BOD

Kako je 8 skupina, u grupnoj fazi ukupno se odigra 48 utakmica.

1 BOD

U daljnjem natjecanju sudjeluje 16 reprezentacija koje igraju međusobno 8 utakmica. Osam pobjednika opet igra međusobno nove 4 utakmice, četiri pobjednika još 2 utakmice i na kraju 2 reprezentacije igraju finale.

2 BODA

U drugoj fazi odigra se $8 + 4 + 2 + 1 = 15$ utakmica. 1 BOD

Na svjetskom prvenstvu ukupno se odigraju 63 utakmice. 1 BOD

Iz rastava $63 = 3 \cdot 3 \cdot 7$ slijedi da se broj 63 može napisati kao $1 \cdot 63$, $3 \cdot 21$ ili $7 \cdot 9$, a samo posljednji rastav zadovoljava uvjet zadatka. 2 BODA

Svjetsko prvenstvo se može organizirati u 7 gradova (u svakom po 9 utakmica) ili u 9 gradova (u svakom po 7 utakmica). 2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

3. U kazalištu ima $12 \cdot 18 = 216$ mjesta. Od tog broja 96 mjesta je ostalo prazno što znači da je u

kazalište došlo $216 - 96 = 120$ osoba 1 BOD

od kojih je 5 razrednica i 115 učenika. 1 BOD

Učenika po razredima ima:

5.a x

5.b $x + 1$

5.c $x + 1 + 2$

5.d $x + 1 + 2 + 3$

5.e $x + 1 + 2 + 3 + 4$ 2 BODA

Zato vrijedi $x + x + 1 + x + 3 + x + 6 + x + 10 = 115$. 2 BODA

Slijedi $5 \cdot x + 20 = 215$

$$5 \cdot x = 215 - 20$$

$$5 \cdot x = 95$$

$$x = 19. \quad 2 \text{ BODA}$$

U 5.a ima 19 učenika, u 5.b ima 20 učenika, u 5.c ima 22 učenika, u 5.d ima 25 učenika, a u 5.e ima 29 učenika. 2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

4. Prirodan broj je djeljiv brojem 45 ako je djeljiv brojevima 5 i 9. 1 BOD

Broj je djeljiv brojem 5 ako je njegova znamenka jedinica 0 ili 5. No, budući da broj započinje i završava istom znamenkom, zaključujemo da znamenka a mora biti jednaka 5. 2 BODA

Znamenka d jednaka je 7 pa je zbroj znamenaka traženog broja jednak

$$5 + b + c + 7 + 5 = 17 + b + c. \quad 1 \text{ BOD}$$

Da bi broj bio djeljiv brojem 9, zbroj $17 + b + c$ mora biti višekratnik broja 9, tj. $b + c$ može biti

1 ili 10. 2 BODA

b	0	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
c	1	0	9	8	7	6	5	4	3	2	1

1 BOD

Budući da su znamenke a, b, c i d međusobno različite, moguće kombinacije su

b	0	1	1	2	4	6	8	9
c	1	0	9	8	6	4	2	1

2 BODA

Traženi brojevi su: 50 175, 51 075, 51 975, 52 875, 54 675, 56 475, 58 275 i 59 175. 1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

5. Kraća stranica srednjeg po veličini pravokutnika duga je $18 - 2 \cdot 2 = 18 - 4 = 14$ cm. 1 BOD

Kraća stranica najmanjeg pravokutnika duga je $14 - 2 \cdot 2 = 14 - 4 = 10$ cm. 1 BOD

Označimo sa a duljinu dulje stranice najmanjeg pravokutnika.

Vrijedi $2a + 2 \cdot 10 = 100$

$$2a = 100 - 20$$

$$2a = 80$$

$$a = 40 \text{ cm.} \quad 3 \text{ BODA}$$

Dulja stranica srednjeg pravokutnika je $40 + 2 \cdot 2 = 44$ cm, 1 BOD

a dulja stranica najvećeg pravokutnika je $44 + 2 \cdot 2 = 44 + 4 = 48$ cm. 1 BOD

Ukupna površina utrošenog papira je $P = P_1 + P_2 + P_3 = 18 \cdot 48 + 14 \cdot 44 + 10 \cdot 40 =$

$$= 864 + 616 + 400 = 1880 \text{ cm}^2. \quad 3 \text{ BODA}$$

..... UKUPNO 10 BODOVA

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
18. veljače 2014.

6. razred-rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1.

$$\frac{a+5b}{a-5b} = 5$$

$$a+5b = 5(a-5b) \quad 2 \text{ BODA}$$

$$a+5b = 5a - 25b \quad 1 \text{ BOD}$$

$$4a = 30b \quad 1 \text{ BOD}$$

$$a = \frac{15}{2}b \quad 1 \text{ BOD}$$

$$\frac{a+2b}{a-2b} = \frac{\frac{15}{2}b+2b}{\frac{15}{2}b-2b} = \quad 2 \text{ BODA}$$

$$= \frac{\frac{19}{2}b}{\frac{11}{2}b} = \frac{19}{11} \quad 3 \text{ BODA}$$

..... UKUPNO 10 BODOVA

$$2. \text{ Prvi radnik za 1 dan napravi } \frac{1}{4} \text{ posla.} \quad 2 \text{ BODA}$$

$$\text{Prvi i drugi radnik zajedno za 1 dan naprave } \frac{1}{3} \text{ posla.} \quad 2 \text{ BODA}$$

$$\text{Dakle, drugi radnik za jedan dan napravi } \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{4-3}{12} = \frac{1}{12} \text{ posla.} \quad 2 \text{ BODA}$$

$$\text{Nakon dva dana oba radnika napravila su zajedno } \frac{2}{3} \text{ posla.} \quad 1 \text{ BOD}$$

Preostalu $\frac{1}{3}$ posla drugi radnik će napraviti za $\frac{1}{3} : \frac{1}{12} = \frac{1}{3} \cdot 12 = 4$ dana.

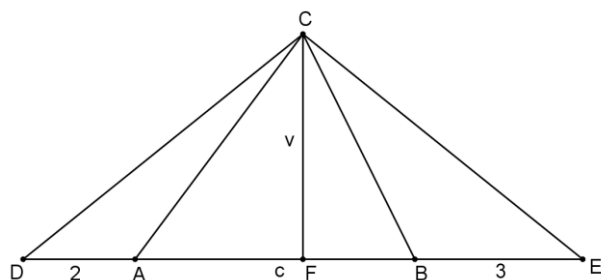
2 BODA

Postavljanje parketa je trajalo 6 dana.

1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

3.



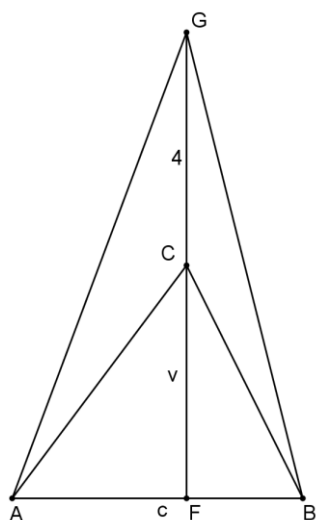
1 BOD

Vrijedi $P_{\triangle ABC} = \frac{c \cdot v}{2}$ i $P_{\triangle DEC} = \frac{(c+5) \cdot v}{2}$.

1 BOD

Kako je $P_{\triangle DEC} = 2 \cdot P_{\triangle ABC}$, slijedi $c+5=2c$ odnosno $c=5$ cm.

2 BODA



1 BOD

Vrijedi $P_{\triangle ABC} = \frac{c \cdot v}{2}$ i $P_{\triangle GAB} = \frac{c \cdot (v+4)}{2}$.

1 BOD

Kako je $P_{\triangle GAB} = 2 \cdot P_{\triangle ABC}$, slijedi $v+4=2v$ odnosno $v=4$ cm.

2 BODA

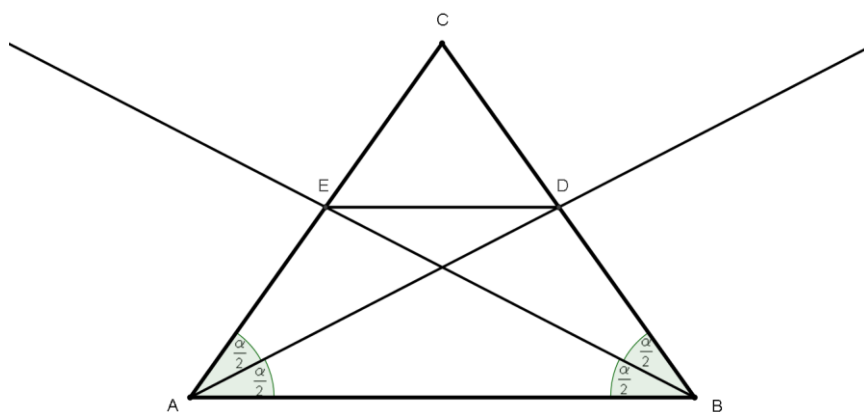
Tražena površina je $P_{\triangle ABC} = \frac{c \cdot v}{2} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$ cm².

2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

4. Vrijedi $n = 12 \cdot a + 11$, $a \in \mathbb{N}$ 1 BOD
- te je $3 \cdot n = 36 \cdot a + 33$. 2 BODA
- Isto tako je $n = 18 \cdot b + 5$ 1 BOD
- pa je $2 \cdot n = 36 \cdot b + 10$. 2 BODA
- Dalje je $3 \cdot n - 2 \cdot n = (36 \cdot a + 33) - (36 \cdot b + 10) = 36 \cdot a + 33 - 36 \cdot b - 10$ 2 BODA
- odnosno $n = 36 \cdot (a - b) + 23$ što znači da je traženi ostatak 23. 2 BODA
- UKUPNO 10 BODOVA

5.



1 BOD

Kako je $\triangle ABC$ jednakokračan, onda je $|AC| = |BC|$ i $|\sphericalangle BAC| = |\sphericalangle CBA| = \alpha$ odnosno

$$|\sphericalangle DAC| = |\sphericalangle CBE| = \frac{\alpha}{2}. \quad 1 \text{ BOD}$$

Vrijedi i $|\sphericalangle ACD| = |\sphericalangle ACB| = |\sphericalangle ECB|$ 1 BOD

pa prema poučku K-S-K o sukladnosti slijedi $\triangle ADC \cong \triangle BEC$. 1 BOD

Iz sukladnosti slijedi $|DC| = |EC|$ što znači da je $\triangle CED$ jednakokračan. 2 BODA

Tada je $|\sphericalangle DEC| = |\sphericalangle CDE|$. 1 BOD

Kako je $|\sphericalangle ACB| = |\sphericalangle ECD|$, onda je $|\sphericalangle DEC| = |\sphericalangle CDE| = |\sphericalangle BAC| = |\sphericalangle CBA| = \alpha$. 1 BOD

S obzirom da je $|\sphericalangle DEC| = |\sphericalangle BAC|$ i $EC \parallel AC$, onda je $ED \parallel AB$. 2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
18. veljače 2014.

7. razred-rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Neka je x broj naručenih čestitaka.

Vera je 1.dan izradila $0.1 x$, a ostalo je $0.9 x$. 2 BODA

2.dan je izradila $0.25 \cdot 0.9 x = 0.225 x$, a ostalo je $0.9 x - 0.225 x = 0.675 x$. 3 BODA

3.dan je izradila $0.4 \cdot 0.675 x = 0.27 x$, a ostalo je $0.675 x - 0.27 x = 0.405 x$. 3 BODA

Ostatak 3.dana jednak je preostalom broju čestitaka, tj. $0.405 x = 81$ 1 BOD

$$x = 81 : 0.405 = 200.$$

Bilo je naručeno 200 čestitaka. 1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

2. U jednadžbi $xy - 3x + y = 5$ izrazimo jednu nepoznanicu pomoću druge.

Dakle, $y(x+1) = 3x+5$ odnosno $y = \frac{3x+5}{x+1}$. 2 BODA

Dalje je $y = \frac{3x+3}{x+1} + \frac{2}{x+1} = 3 + \frac{2}{x+1}$. 2 BODA

Lako je uočiti da će y biti cijeli broj samo ako je $\frac{2}{x+1}$ cijeli broj odnosno ako je $x+1$ djelitelj

broja 2. Dakle, $x+1$ može biti $1, -1, 2, -2$. 2 BODA

To znači da x može biti $0, -2, 1, -3$. 2 BODA

Slijedi da su rješenja $(0, 5), (-2, 1), (1, 4), (-3, 2)$. 2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

3. Označimo duljine stranica pravokutnika $KLMN$ s $|KL| = a$ i $|ML| = b$, pri čemu je $a = 3b$.

Opseg tog pravokutnika je 72 cm što znači da je $2(a + b) = 72$

$$2(3b + b) = 72$$

odakle je $b = 9$ cm odnosno $a = 27$ cm.

2 BODA

Tada je $|KP| = 9$ cm, $|PL| = 18$ cm, $|LQ| = |QM| = 4.5$ cm.

2 BODA

Površina pravokutnika $KLMN$ iznosi $27 \cdot 9 = 243 \text{ cm}^2$.

1 BOD

Površina trokuta KPN iznosi $\frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 9 = 40.5 \text{ cm}^2$.

1 BOD

Površina trokuta PLQ iznosi $\frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 4.5 = 40.5 \text{ cm}^2$.

1 BOD

Površina trokuta QMN iznosi $\frac{1}{2} \cdot 27 \cdot 4.5 = 60.75 \text{ cm}^2$.

1 BOD

Površina P trokuta NPQ jednaka je $P = 243 - (40.5 + 40.5 + 60.75) = 101.25 \text{ cm}^2$.

2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

4. Označimo treći član niza $a_3 = 2014$.

Tada je $a_4 = (2014 + 3) \cdot 2 = 2017 \cdot 2 = 4034$,

2 BODA

$a_5 = (4034 + 3) \cdot 2 = 4037 \cdot 2 = 8074$ i

2 BODA

$a_6 = (8074 + 3) \cdot 2 = 8077 \cdot 2 = 16\,154$.

2 BODA

Dalje je $a_2 = 2014 : 2 - 3 = 1007 - 3 = 1004$

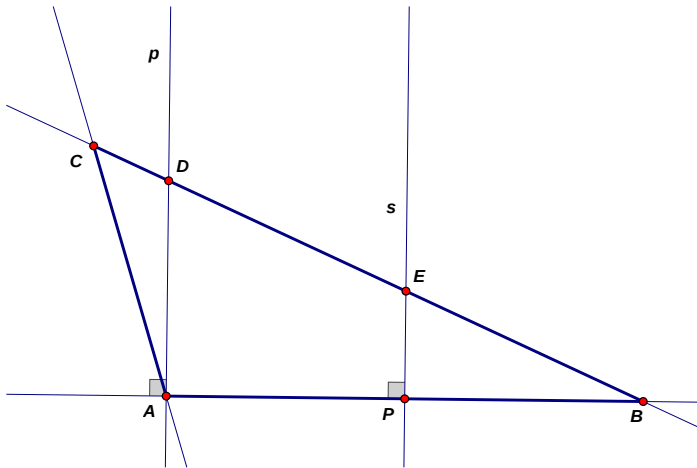
2 BODA

i $a_1 = 1004 : 2 - 3 = 502 - 3 = 499$.

2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

5.



1 BOD

Kako je s simetrala dužine $\overline{AB}$, onda je $|AE| = |BE|$. To znači da je $\triangle ABE$ jednakokrčan pa je

$$|\angle BAE| = |\angle EBA| = \beta. \quad 2 \text{ BODA}$$

S obzirom da je $\triangle ABD$ pravokutan, onda je $|\sphericalangle ADB| = 90^\circ - \beta$. 1 BOD

Budući da je $\sphericalangle EAD = \sphericalangle BAD - \sphericalangle BAE = 90^\circ - \beta$, i trokut $\triangle AED$ je jednakokrtačan odnosno

$$|AE| = |ED|. \quad 2 \text{ BODA}$$

Kut $\sphericalangle CEA$ je vanjski kut $\triangle ABE$ pa je $|\sphericalangle CEA| = \beta + \beta = 2\beta$. 1 BOD

No, $\sphericalangle ACE = \gamma = 2\beta$ te je i trokut $\triangle AEC$ jednakokraničan te vrijedi $|AC| = |AE|$. 2 BODA

Na kraju, $|BE| = |ED| = |AC|$. 1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
18. veljače 2014.

8. razred-rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Kako traženi prirodni broj pomnožen s 3 postaje kvadrat, onda taj traženi broj u rastavu na proste faktore ima neparan broj trojki. 1 BOD

S obzirom da taj traženi broj pomnožen s 5 postaje kub, onda je broj trojki u rastavu na proste faktore traženog broja višekratnik broja 3. 1 BOD

Budući da tražimo najmanji broj s tim svojstvima, traženi broj u rastavu na proste faktore ima 3 trojke. 2 BODA

Kako traženi prirodni broj pomnožen s 5 postaje kub, onda taj traženi broj u rastavu na proste faktore ima 2, 5, 8, 11,... petica. 1 BOD

S obzirom da taj traženi broj pomnožen s 3 postaje kvadrat, onda je broj petica u rastavu na proste faktore traženog broja višekratnik broja 2. 1 BOD

Budući da tražimo najmanji broj s tim svojstvima, traženi broj u rastavu na proste faktore ima 2 petice. 2 BODA

Najmanji prirodni broj s traženim svojstvima je $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 675$. 2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

2. Neka je n broj sinova i neka je svaki od njih trebao dobiti po x kuna.

Tada vrijedi jednačba $n \cdot x = 160\,000$. 1 BOD

Kako je jedan sin odustao, nasljedstvo se dijeli između $(n - 1)$ sina, a svaki od njih dobiva $(x + 8\,000)$ kuna. Zato vrijedi jednačba $(n - 1) \cdot (x + 8\,000) = 160\,000$. 1 BOD

Dalje je $(n - 1) \cdot (x + 8\,000) = n \cdot x$ 1 BOD

$$nx + 8\,000n - x - 8\,000 = nx$$

$$x = 8\,000n - 8\,000 \quad 1 \text{ BOD}$$

Uvrštavanjem u prvu jednačbu slijedi

$$n \cdot (8\,000n - 8\,000) = 160\,000$$

$$8\,000n^2 - 8\,000n - 160\,000 = 0$$

$$n^2 - n - 20 = 0$$

2 BODA

$$n^2 - 5n + 4n - 20 = 0$$

$$n \cdot (n - 5) + 4 \cdot (n - 5) = 0$$

$$(n - 5) \cdot (n + 4) = 0$$

2 BODA

Rješenja jednadžbe su $n_1 = 5$ i $n_2 = -4$, ali negativno rješenje nema smisla.

Otac je imao petoricu sinova.

2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

3. Za $p = 2$ je $p^{2014} + 1 = 2^{2014} + 1$.

Kako je $2^1 = 2$, $2^2 = 4$, $2^3 = 8$, $2^4 = 16$, $2^5 = 32$, $2^6 = 64$ itd. i $2014 = 503 \cdot 4 + 2$, 1 BOD

onda 2^{2014} ima znamenku jedinica 4 2 BODA

odnosno $2^{2014} + 1$ ima znamenku jedinica 5. 1 BOD

To znači da je djeljiv s 5 te time složen. 1 BOD

Za $p > 2$ je p neparan 1 BOD

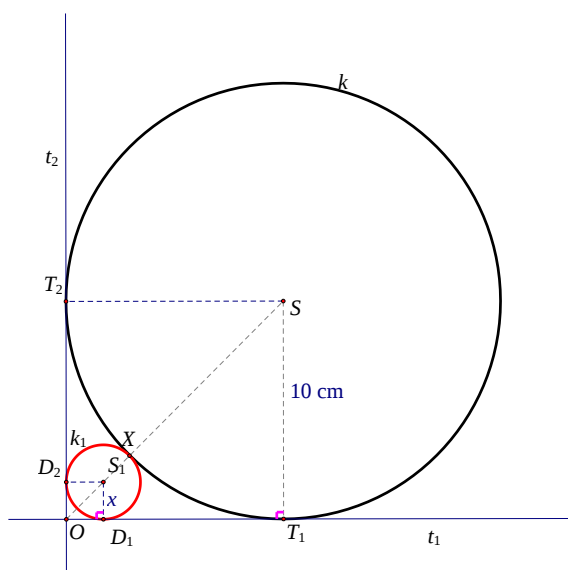
pa je p^{2014} neparan 2 BODA

odnosno $p^{2014} + 1$ paran. 1 BOD

No, to znači i složen. 1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

4.



2 BODA

Trokut OT_1S je pravokutan pa primjenom Pitagorinog poučka slijedi

$$|OS| = \sqrt{|OT_1|^2 + |T_1S|^2} = \sqrt{100 + 100} = 10\sqrt{2} \text{ cm.}$$

1 BOD

Ako točkom S_1 nacrtamo okomicu na tangentu t_1 i presjek označimo D_1 , tada je

$\triangle OD_1S_1$ pravokutan

1 BOD

pa ponovno primjenom Pitagorinog poučka slijedi

$$|OS_1| = \sqrt{x^2 + x^2} = x\sqrt{2}.$$

1 BOD

Dalje vrijedi $|OS| = |OS_1| + |S_1X| + |XS|$

1 BOD

$$10\sqrt{2} = x\sqrt{2} + x + 10$$

$$x(\sqrt{2} + 1) = 10(\sqrt{2} - 1)$$

1 BOD

$$x = \frac{10(\sqrt{2} - 1)}{\sqrt{2} + 1} = \frac{10(\sqrt{2} - 1)}{\sqrt{2} + 1} \cdot \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} - 1} =$$

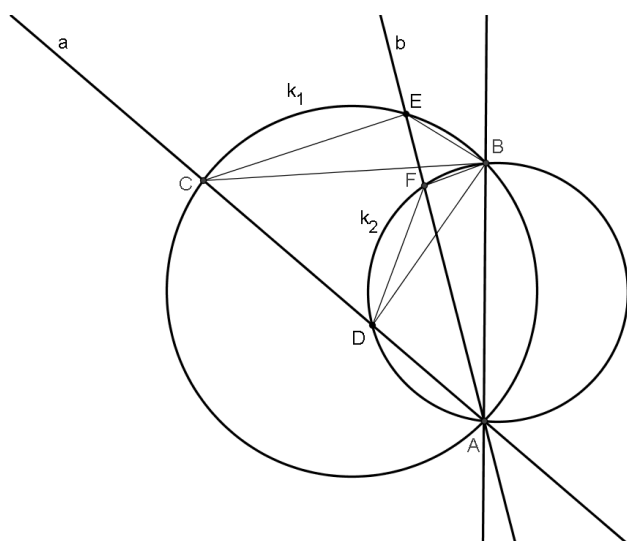
1 BOD

$$= \frac{10(\sqrt{2} - 1)^2}{(\sqrt{2})^2 - 1^2} = \frac{10(2 - 2\sqrt{2} + 1)}{2 - 1} = 10(3 - 2\sqrt{2}) \text{ cm.}$$

2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

5.



2 BODA

Neka je $\alpha = |\angle BAC|$ i $\beta = |\angle BAE|$.

S obzirom da su $\angle BAC$ i $\angle CEB$ obodni kutovi u k_1 nad $\overline{BC}$ i jedan je šiljasti, a drugi tupi, onda je $|\angle CEB| = 180^\circ - \alpha$.

1 BOD

Kako su $\angle BAD$ i $\angle DFB$ obodni kutovi u k_2 nad $\overline{BD}$ i jedan je šiljasti, a drugi tupi, onda je $|\angle DFB| = 180^\circ - \alpha$.

1 BOD

Dakle, $|\angle CEB| = |\angle DFB|$.

1 BOD

S obzirom da su $\angle BAE$ i $\angle BCE$ obodni kutovi u k_1 nad $\overline{BE}$, onda je $|\angle BCE| = \beta$.

1 BOD

Kako su $\angle BAF$ i $\angle BDF$ obodni kutovi u k_2 nad $\overline{BF}$, onda je $|\angle BDF| = \beta$.

1 BOD

Dakle, $|\angle BCE| = |\angle BDF|$.

1 BOD

Prema poučku K-K o sličnosti slijedi $\triangle BEC \sim \triangle BFD$.

2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA